VECTORES

Ejercicios propuestos. Curso de Física COU. A. Peña, F. Garzo

Ejercicio propuesto 3, p24.

Calcula las componentes de un vector **v** que tiene de módulo 8, está contenido en el plano YZ y forma un ángulo de 30° con el eje OZ.

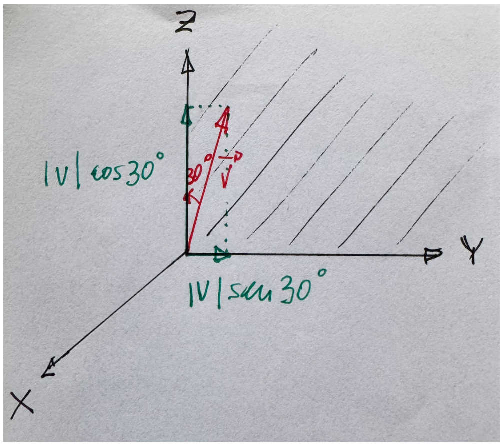
In[194]:=

```
Clear["Global`*"]
```
borra

In[195]:=

```
Import[
 "/Users/miguelseguramatarredona/Documents/Ciencia/Mathematica/Imágenes/
   vector1.jpg"]
```
importa

Out[195]=



Las componente x del vector es 0, por estar situado en el plano YZ:

x = 0

Las componentes del vector en los ejes Y y Z son:

y = | **v** | sen 30° = 8 sen 30° = 4

z = | **v** | cos 30° = 8 cos 30° = 8 $x \frac{\sqrt{3}}{2} = 4 \sqrt{3}$

Por tanto las componentes del vector v:

v = (0, 4, $4 \sqrt{3}$)

Ejercicio propuesto 5, p24.

Halla las componentes de un vector unitario que tengan la misma dirección y sentido que la resta de los vectores: **a** = 4 **i** - 3 **j** + 5 **k** y **b** = **i** - 9 **j** + 7 **k**.

In[196]:=

```
Clear["Global`*"]
borra
```

Definimos los vectores en formato Mathematica:

In[197]:=

```
a = {4, -3, 5};
b = {1, -9, 7};
```

La resta a - b será el vector:

In[199]:=

```
r = a - b
```

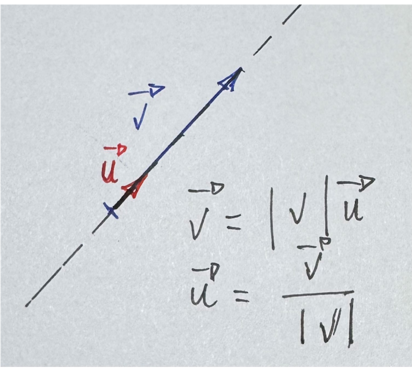
Out[199]=

```
{3, 6, -2}
```

In[200]:=

```
Import[
importa
 "/Users/miguelseguramatarredona/Documents/Ciencia/Mathematica/Imágenes/
   vector2.jpg"]
```

Out[200]=



Como lo que se quiere es calcular el vector unitario en la dirección y sentido del vector resta. Es decir **r** = | r | **u.** Tendremos que dividir el vector por su módulo: u $= \frac{r}{|r|}$

In[201]:=

$$u = \frac{r}{\text{Norm}[r]}$$

Out[201]=

$$\left\{\frac{3}{7}, \frac{6}{7}, -\frac{2}{7}\right\}$$

Ejercicio propuesto 8, p24.

Dados los vectores **a** = 2 **i** + **j** + 3 **k** y **b** = - **i** + 3 **j** - **k**, calcula:

a) El ángulo que forman.

b) El módulo del vector suma.

c) Un vector unitario en la misma dirección de **a**.

In[202]:=

```
Clear["Global`*"]
```

borra

Definimos los vectores en formato Mathematica:

In[203]:=

```
a = {2, 1, 3};
b = {-1, 3, -1};
```

Podemos calcular el ángulo que forman los vectores directamente, utilizando la función:

In[205]:=

```
θ = VectorAngle[a, b]
```

ángulo de vector

Out[205]=

$$\text{ArcCos}\left[-\sqrt{\frac{2}{77}}\right]$$

En grados:

In[206]:=

$$\text{ArcCos}\left[-\sqrt{\frac{2}{77}}\right] * \frac{180}{\pi} \;//\; N$$

arco coseno valor numérico

Out[206]=

99.2745

También podemos hacerlo a partir de la definición del producto escalar de dos vectores:

$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |a|\,|b| \cos\alpha$, despejando $\cos\alpha = \frac{a.b}{|a|\,|b|}$

El coseno del ángulo formado:

In[207]:=

$$\text{ArcCos}\left[\frac{\text{Dot}[a, b]}{\text{Norm}[a]\ \text{Norm}[b]}\right]$$

arco coseno

Out[207]=

$$\text{ArcCos}\left[-\sqrt{\frac{2}{77}}\right]$$

En grados:

In[208]:=

$$\text{ArcCos}\left[-\sqrt{\frac{2}{77}}\right] * \frac{180}{\pi} \;//\; N$$

arco coseno valor numérico

Out[208]=

99.2745

En el caso b) nos piden calcular el vector suma:

In[209]:=

```
s = a + b
```

Out[209]=

{1, 4, 2}

El módulo del vector suma es:

In[210]:=

```
Norm[s]
```

norma

Out[210]=

$\sqrt{21}$

En el caso c) nos piden que calculemos un vector unitario en la misma dirección de **a**. Para ello tendremos que dividir el vector **a** por su módulo: u $= \frac{a}{|a|}$

In[211]:=

$$u = \frac{a}{\text{Norm}[a]}$$

Out[211]=

$$\left\{\sqrt{\frac{2}{7}}, \frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}\right\}$$

Ejercicio propuesto 14, p25.

Dados los vectores coplanarios **a** = 3 **i** - 4 **j** y **b** = **i** + 2 **j**, calcula:

a) Su producto vectorial.

b) Comprueba, por medio del producto escalar, que el vector antes calculado es perpendicular al vector **a** y al vector **b**.

c) ¿Dónde estará situado el vector suma de **a** y **b**?

In[212]:=

```
Clear["Global`*"]
```

borra

Definimos los vectores en formato Mathematica:

In[213]:=

```
a = {3, -4, 0};
b = {1, 2, 0};
```

Su producto vectorial:

In[215]:=

```
c = Cross[a, b]
```

producto vectoria

Out[215]=

```
{0, 0, 10}
```

Nos da el vector **c** = (0 i, 0 j, 10k)

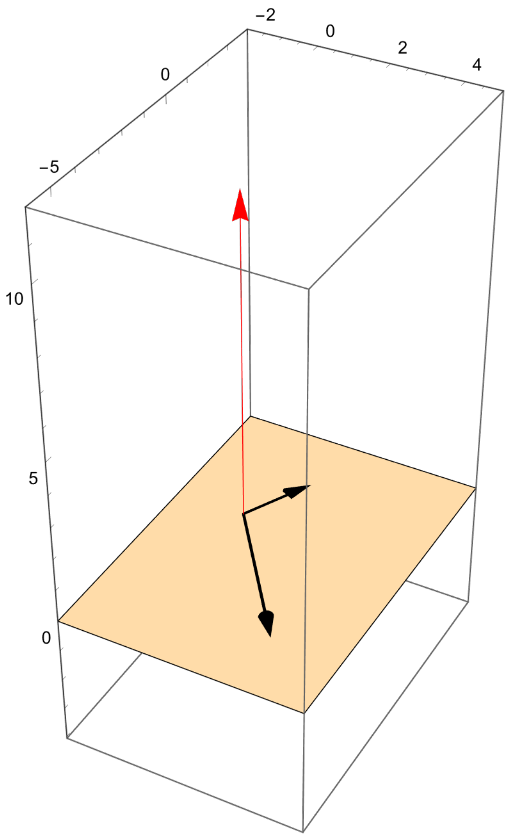
Si representamos gráficamente el vector producto vectorial **c**, veremos que es perpendicular al plano formado por los vectores **a** y **b**:

In[216]:=

```
Graphics3D[{Black, Arrow[Tube[{{0, 0, 0}, a}]],
  Arrow[Tube[{{0, 0, 0}, b}]], Red, Arrow[{{0, 0, 0}, c}], White,
  InfinitePlane[{0, 0, 0}, {a, b}]}, Axes → True, PlotRangePadding → 2]
```

gráfico 3D | negro | flecha | tubo | flecha | tubo | rojo | flecha | blanco | plano infinito | ejes | verd··· | extensión del rango de represent

Out[216]=



Podemos verificar que el resultado es perpendicular a ambos vectores, aplicando la condición de perpendicularidad. El producto escalar de los vectores es igual a cero.

In[217]:=

```
{c.a, c.b}
```

Out[217]=

{0, 0}

En el caso c) el vector suma **a** + **b**:

In[218]:=

```
s = a + b
```

Out[218]=

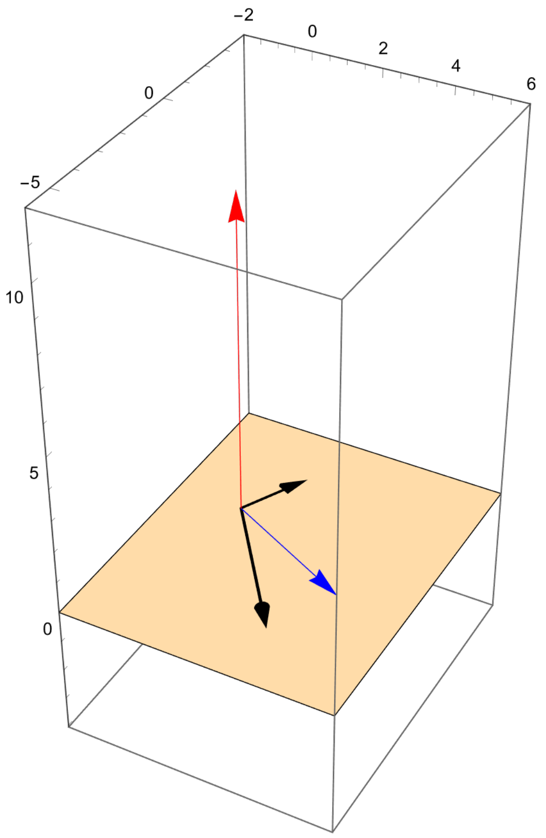
{4, -2, 0}

Si añadimos la representación del vector suma:

In[219]:=

```
Graphics3D[{Black, Arrow[Tube[{{0, 0, 0}, a}]], Arrow[Tube[{{0, 0, 0}, b}]],
gráfico 3D   negro   flecha  tubo                flecha  tubo
   Red, Arrow[{{0, 0, 0}, c}], Blue, Arrow[{{0, 0, 0}, s}], White,
   rojo  flecha                 azul  flecha                 blanco
   InfinitePlane[{0, 0, 0}, {a, b}]}, Axes → True, PlotRangePadding → 2]
   plano infinito                      ejes   verd⋯ extensión del rango de representación
```

Out[219]=



Ejercicio propuesto 15, p25.

Dados los vectores **a** = $\frac{1}{7}$(2 **i** + 3 **j** + 6 **k**) , **b** = $\frac{1}{7}$(3 **i** - 6 **j** + 2 **k**), **c** = $\frac{1}{7}$(6 **i** + 2 **j** - 3 **k**), demostrar que:

a) Son vectores unitarios.

b) Son perpendiculares entre si.

c) **c** es el producto vectorial de **a** y **b**?

In[220]:=

```
Clear["Global`*"]
borra
```

Definimos los vectores en formato Mathematica:

In[221]:=

```
a = {2, 3, 6};
b = {3, -6, 2};
c = {6, 2, -3};
```

Para demostrar el primer caso, necesitamos los módulos de los vectores:

In[224]:=
```
Norm[a]
```
norma

Out[224]=
7

In[225]:=
```
Norm[b]
```
norma

Out[225]=
7

In[226]:=
```
Norm[c]
```
norma

Out[226]=
7

Un vector unitario es el resultado de dividir el vector **a** por su módulo, u $= \frac{a}{|a|}$. Luego vemos que se cumple la condición.

Para demostrar el segundo caso, necesitamos calcular que el producto escalar entre ellos es igual a cero:

In[227]:=
```
{a.b, a.c, b.c}
```

Out[227]=
{0, 0, 0}

Para demostrar el tercer caso, necesitamos calcular que el producto vectorial entre **a** y **b**:

In[228]:=
```
Cross[a, b] / 7
```
producto vectorial

Out[228]=
{6, 2, -3}

Ejercicio propuesto 16, p25.

Dados los vectores **a** = 2 **i** - 3 **j** + **k**, **b** = **i** + 2 **j** - **k** y **c** = - **i** - **j** + **k** calcula:

a) (**a** + **b**) - **c**

b) (**a** - **b**) x **c**

c) El ángulo formado por **a** y (**b** + **c**).

d) (**a** - **b**) · 3 **c**

In[229]:=
```
Clear["Global`*"]
```
borra

Definimos los vectores en formato Mathematica:

In[230]:=
```
a = {2, -3, 1};
b = {1, 2, -1};
c = {-1, -1, 1};
```

En el caso a):

In[233]:=
```
(a + b) - c
```
Out[233]=
```
{4, 0, -1}
```

En el caso b):

In[234]:=
```
Cross[a - b, c]
```
producto vectorial

Out[234]=
```
{-3, -3, -6}
```

Para el caso c) nos piden el ángulo formado por **a** y (**b** + **c**):

In[235]:=
```
θ = VectorAngle[a, b + c]
```
ángulo de vector

Out[235]=

$$\text{ArcCos}\left[-\frac{3}{\sqrt{14}}\right]$$

In[236]:=

$$\text{ArcCos}\left[-\frac{3}{\sqrt{14}}\right] * \frac{180}{\pi} \; // \; N$$

arco coseno — valor numérico

Out[236]=
```
143.301
```

Para el caso d) nos piden el producto escalar: (**a** - **b**) · 3 **c**

In[237]:=
```
Dot[a - b, 3 c]
```
producto escalar

Out[237]=
```
18
```

Ejercicio propuesto 17, p25.

Dados los vectores libres **a** = 2 **i** - **j** + **k**, **b** = **3** **i** + 3 **j** - 0 **k**, calcula:

a) El ángulo que forman.

b) El momento resultante respecto al punto (3, 5, 2).

In[238]:=
```
Clear["Global`*"]
```
borra

Definimos los vectores en formato Mathematica:

In[239]:=

```
a = {2, -1, 1};
b = {3, 3, 0};
```

El ángulo en radianes:

In[241]:=

```
θ = VectorAngle[a, b]
```

ángulo de vector

Out[241]=

$$\text{ArcCos}\left[\frac{1}{2\,\sqrt{3}}\right]$$

El ángulo en grados:

In[242]:=

$$\text{ArcCos}\left[\frac{1}{2\,\sqrt{3}}\right] * \frac{180}{\pi} \;//\; N$$

arco coseno · valor numérico

Out[242]=

```
73.2213
```

In[243]:=

```
s = a + b
```

Out[243]=

```
{5, 2, 1}
```

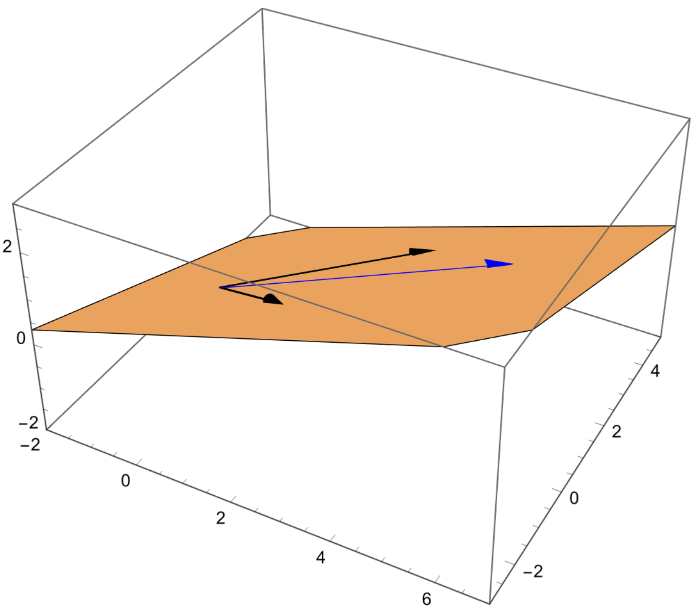
Su representación gráfica:

In[244]:=

```
Graphics3D[{Black, Arrow[Tube[{{0, 0, 0}, a}]],
  Arrow[Tube[{{0, 0, 0}, b}]], Blue, Arrow[{{0, 0, 0}, s}], White,
  InfinitePlane[{0, 0, 0}, {a, b}]}, Axes → True, PlotRangePadding → 2]
```

gráfico 3D · negro · flecha · tubo · flecha · tubo · azul · flecha · blanco · plano infinito · ejes · verd··· · extensión del rango de represent

Out[244]=



El momento del vector resultante respecto al punto P (3, 5, 2)

El momento del vector **a** con respecto a P, **PO** viene dado:

PO = (0 - 3, 0 - 5, 0 - 2) = (- 3, - 5, - 2)

Ma = **PO** x **a** = (- 3, -5, - 2)) x (2, -1, 1) = $\begin{pmatrix} i & j & k \\ -3 & -5 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

In[245]:=

```
PO = {-3, -5, -2 };
```

In[246]:=

```
Ma = Cross[PO, a]
```
producto vectorial

Out[246]=

```
{-7, -1, 13}
```

Ejercicio propuesto 18, p25.

Dado el vector **a** = [2 t^2, t , (t + 1)^2] , halla su derivada y el módulo de **a** para t = 2.

In[247]:=

```
Clear["Global`*"]
```
borra

Escribimos el vector **a** en formato Mathematica:

In[248]:=

```
a = {2 t^2, t, (t + 1)^2};
```

Su derivada:

In[249]:=

```
derivada = D[a, t]
```
deriva

Out[249]=

```
{4 t, 1, 2 (1 + t)}
```

Particularizada para t = 2:

In[250]:=

```
derivadat = derivada /. t → 2
```

Out[250]=

```
{8, 1, 6}
```

El módulo:

In[251]:=

```
Norm[derivadat]
```
norma

Out[251]=

$\sqrt{101}$

Ejercicio propuesto 19, p25.

Halla la velocidad lineal de un punto P del sólido rígido, cuya velocidad angular viene dada por $\omega = \mathbf{i} - 2\mathbf{k}$ y cuyo vector de posición respecto de un punto del eje fijo alrededor del cual gira es $r = \mathbf{i} + 2\,\mathbf{j} + 3\,\mathbf{k}$.

In[252]:=

```
Clear["Global`*"]
```

borra

In[253]:=

```
Import[
 "/Users/miguelseguramatarredona/Documents/Ciencia/Mathematica/Imágenes/sólido
    rígido.png"]
```

importa

Out[253]=

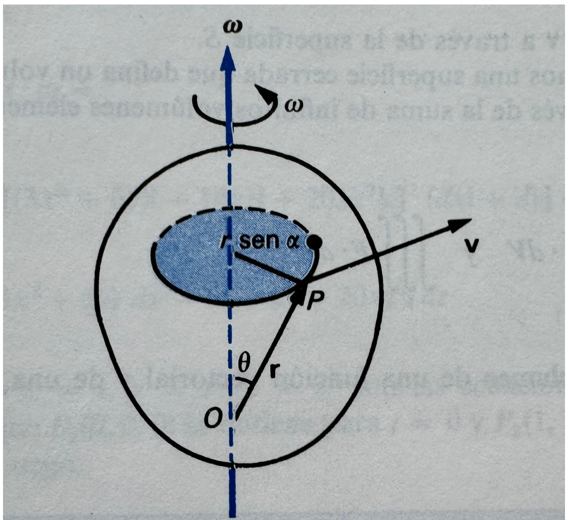


Figura 1.21. Vector velocidad angular.

Como el punto P describe una circunferencia de radio r sen θ, el módulo de la velocidad lineal **v** es:

$$|v| = \omega\ (r \operatorname{sen} \theta) = |\omega \times r|$$

Por tanto el vector **v** es perpendicular a los vectores $\boldsymbol{\omega}$ y **r** de tal forma que los tres componen un triedro a derechas. Luego **v** tiene el mismo módulo, dirección y sentido que $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$.

$$\mathbf{v} = \omega \times r = \begin{pmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Definimos los vectores en formato Mathematica:

In[254]:=

```
ω = {1, 0, -2};
r = {1, 2, 3};
```

In[256]:=

```
v = Cross[ω, r]
```

producto vectoria

Out[256]=

```
{4, -5, 2}
```

Nos da una velocidad lineal **v** = (4 i, - 5 j, 2k)

Ejercicio propuesto 21, p25.

Halla la expresión analítica del vector velocidad y del vector aceleración. Calcula los módulos de ambos vectores, cuando una partícula se mueve a lo largo de la curva C de ecuaciones: x = 3 cos 2t, y = 3 sen 2t, z = 5 t.

In[257]:=
```
Clear["Global`*"]
borra
```

En primer lugar definimos el vector **r**, posición de la partícula de forma genérica:

r = (x **i** + y **j** + z **k**)

Su construcción será a partir de:

In[258]:=
```
u = {i, j, k};
```

In[259]:=
```
c = {3 Cos[2 t], 3 Sin[2 t], 5 t};
     coseno        seno
```

El producto escalar del vector **C** por **u**, me da el vector de posición **r**:

In[260]:=
```
r = c.u
```

Out[260]=
```
5 k t + 3 i Cos[2 t] + 3 j Sin[2 t]
```

La velocidad de la partícula vendrá dada por **v** = dr/dt:

In[261]:=
```
v = D[r, t]
    deriva
```

Out[261]=
```
5 k + 6 j Cos[2 t] - 6 i Sin[2 t]
```

La aceleración vendrá dada por **a** = dv/dt:

In[262]:=
```
a = D[v, t]
    deriva
```

Out[262]=
```
-12 i Cos[2 t] - 12 j Sin[2 t]
```

La velocidad y la aceleración en el instante t = 0:

In[263]:=
```
v0 = v /. t → 0
```

Out[263]=
```
6 j + 5 k
```

In[264]:=

```
a0 = a /. t → 0
```

Out[264]=

$-12\,\mathrm{i}$

Escribiendo la velocidad y aceleración para t = 0 en formato de vector:

In[265]:=

```
v0 = {0, 6, 5};
```

In[266]:=

```
a0 = {-12, 0, 0};
```

Los módulos de la velocidad y la aceleración en el instante t = 0:

In[267]:=

```
Norm[v0]
norma
```

Out[267]=

$\sqrt{61}$

In[268]:=

```
Norm[a0]
norma
```

Out[268]=

12

Ejercicio propuesto 22, p25.

Dada la función escalar de posición F (x, y, z) = 2 x y^2 - 3 y z^2, halla su gradiente en el punto (2, 1, - 1).

In[269]:=

```
Clear["Global`*"]
borra
```

Calculamos el gradiente a la superficie 2 x y^2 - 3 y z^2 en el punto P (2, 1, - 1).
Es decir:
grad F = ∇ F = $\left(\frac{\partial}{\partial_x} i + \frac{\partial}{\partial_y} j + \frac{\partial}{\partial_{z)}} k\right)$ F (x, y, z) = $\left(\frac{\partial F}{\partial_x} i + \frac{\partial F}{\partial_y} j + \frac{\partial F}{\partial_z} k\right)$

Definimos el escalar F:

In[270]:=

```
F[x, y, z] = 2 x y^2 - 3 y z^2;
```

El gradiente en tres dimensiones en coordenadas cartesianas:

In[271]:=

```
gradF = ∇{x,y,z} F[x, y, z]
```

Out[271]=

$\{2\,y^2,\ 4\,x\,y - 3\,z^2,\ -6\,y\,z\}$

Particularizando para las coordenadas del punto:

In[272]:=
```
gradF /. {x → 2, y → 1, z → -1}
```
Out[272]=
```
{2, 5, 6}
```

Resulta el vector:

$\nabla F = (2\,i,\ \ 5\,j,\ 6k)$

Ejercicio propuesto 23, p25.

Halla el vector divergencia de la función vectorial de posición dada por **v** (x, y, z) = 2 x y z **i** - $x^2 z^2$ **j** + 2 y^3z **k** en el punto (2, -2, 1)

In[273]:=
```
Clear["Global`*"]
```
borra

Se define la divergencia del vector v al escalar que resulta del producto escalar de nabla por el vector:

$$\text{div}\,\mathbf{v} = \nabla\,.\,\mathbf{v} = \left(\frac{\partial}{\partial_x} i + \frac{\partial}{\partial_y} j + \frac{\partial}{\partial_z} k\right).\ (v_x\, i + v_y\, j + v_z\, k) = \left(\frac{\partial v_x}{\partial_x} + \frac{\partial v_y}{\partial_y} + \frac{\partial v_z}{\partial_z}\right)$$

Definimos la función vectorial **v**:

In[274]:=
```
v = {2 x y z , - x^2 z^2, 2 y^3 z};
```

Calculamos la divergencia de v:

In[275]:=
```
divv = Div[v, {x, y, z}]
```
divergencia

Out[275]=
$2\,y^3 + 2\,y\,z$

Particularizando para el punto P (2, -2, 1):

In[276]:=
```
divv /. {x → 2, y → -2, z → 1}
```
Out[276]=
```
-20
```

El resultado es:

$$\text{div}\,\mathbf{v} = \nabla\,.\,\mathbf{v} = -20$$

Ejercicio propuesto 24, p25.

Halla el rotacional del vector **v** = 2 $x\,z^3$ **i** - x $y^2\,z$ **j** + 2 $y^2\,z^2$ **k** en el punto P (2, - 1, 3).

In[277]:=
```
Clear["Global`*"]
```
borra

Se define el rotacional del vector **v** al vector que resulta del producto vectorial de nabla por el vector:

$$\text{rot v} = \nabla \times \text{v} = \left(\frac{\partial}{\partial_x} i + \frac{\partial}{\partial_y} j + \frac{\partial}{\partial_z} k\right) \times \left(v_x\, i + v_y\, j + v_z\, k\right) = \begin{pmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ v_x & v_y & v_z \end{pmatrix}$$

Definimos el vector v:

In[278]:=

```
v = {2 x z^3, x y^2 z, 2 y^2 z^2};
```

Calculamos el rotacional de v:

In[279]:=

```
rot = Curl[v, {x, y, z}]
      rotacional
```

Out[279]=

$$\{-x\,y^2 + 4\,y\,z^2,\ 6\,x\,z^2,\ y^2\,z\}$$

Particularizando para el punto P (2, -1, 3):

In[280]:=

```
rotP = rot /. {x → 2, y → -1, z → 3}
```

Out[280]=

```
{-38, 108, 3}
```

El resultado es:

Rot **v** = ∇ x **v** = - 38 i + 108 j + 3 k

Ejercicio propuesto 25, p25.

Una partícula se mueve con una aceleración dada por **a** = 3 sen 2t **i** - 5 cos 2t **j** + 4t **k**, siendo t el tiempo. Se consideran nulos el desplazamiento inicial y la velocidad inicial. Calcula la velocidad y el espacio recorrido en función del tiempo.

In[281]:=

```
Clear["Global`*"]
borra
```

Teniendo en cuenta: $a = \frac{dv}{dt}$, $dv = a\,dt$, $v = \int a\,dt$

Definimos el vector aceleración:

In[282]:=

```
a = {3 Sin[2 t], 5 Cos[2 t], 4 t};
       seno       coseno
```

Calculamos el vector velocidad:

In[283]:=

```
v = ∫a ⅆt
```

Out[283]=

$$\left\{-\frac{3}{2}\operatorname{Cos}[2\,t],\ \frac{5}{2}\operatorname{Sin}[2\,t],\ 2\,t^2\right\}$$

El vector velocidad es:

$\mathbf{v} = -\frac{3}{2}\operatorname{Cos}[2\,t]\ \mathbf{i} + \frac{5}{2}\operatorname{Sen}[2\,t]\ \mathbf{j} + 2\,t^2\ \mathbf{k}$

Para el cálculo del espacio recorrido: $v = \frac{dr}{dt}$, $dr = v\,dt$, $r = \int v\,dt$

Definimos el vector velocidad:

In[284]:=

```
v = {-3/2 Cos[2 t], 5/2 Sin[2 t], 2 t^2};
         coseno          seno
```

Calculamos el vector espacio recorrido:

In[285]:=

```
r = ∫v ⅆt
```

Out[285]=

$$\left\{-\frac{3}{4}\operatorname{Sin}[2\,t],\ -\frac{5}{2}\operatorname{Cos}[t]^2,\ \frac{2\,t^3}{3}\right\}$$

$\mathbf{r} = -\frac{3}{4}\operatorname{Sin}[2\,t]\ \mathbf{i} - \frac{5}{2}\operatorname{Cos}[t]^2\,\mathbf{j} + \frac{2}{3}t^3\,\mathbf{k}$

Ejercicio propuesto 26, p25.

Halla la integral curvilínea del vector $\mathbf{v} = 2\,x\,y^2 z\ \mathbf{i} - (x + 2\,y - z)\ \mathbf{j} + 5\,x^2\,z\,\mathbf{k}$, entre los puntos P_1 (0, 0, 0) y
P_2 (1, 1, 1) a lo largo de la curva cuyas ecuaciones paramétricas son: $x = 2\,t$, $y = t^2 + 1$, $z = t^3$.

In[286]:=

```
Clear["Global`*"]
borra
```

En primer lugar definimos el vector **r**, posición de la partícula en la curva C:

$\mathbf{r} = (x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j} + x\,\mathbf{k}) = [2\,t\ \mathbf{i} + (t^2+1)\ \mathbf{j} + t^3\ \mathbf{k}]$

La definición para cálculo es:

In[287]:=

```
r = {2 t, t^2 + 1, t^3};
```

La diferencial de r:

In[292]:=

```
dr = D[r, t]
```

deriva

Out[292]=

$\{2, 2\,t, 3\,t^2\}$

Definimos el vector **v:**

In[288]:=

$v = \{2\,x\,y^2\,z\,,\ (x + 2\,y - z)\,,\ 5\,x^2\,z\};$

Particularizamos el vector **v** con las coordenadas de **C**:

In[289]:=

$vt = v\ /.\ \{x \to 2\,t,\ y \to t^2 + 1,\ z \to t^3\}$

Out[289]=

$\{4\,t^4\,(1 + t^2)^2,\ 2\,t - t^3 + 2\,(1 + t^2),\ 20\,t^5\}$

El producto v dr es vt dr:

In[297]:=

```
integrando = Dot[vt, dr]
```

producto escalar

Out[297]=

$60\,t^7 + 8\,t^4\,(1 + t^2)^2 + 2\,t\,(2\,t - t^3 + 2\,(1 + t^2))$

La integral resultante:

In[298]:=

$\int_0^1 \text{integrando}\,dt$

In[299]:=

$\frac{10\,211}{630}$ // N

valor numérico

Out[299]=

16.2079