APROXIMACIÓN LOCAL DE UNA FUNCIÓN. POLINOMIO DE TAYLOR

MOOC. UPV. Derivadas sucesivas y polinomio de Taylor. Video 18/28. UPV. Santiago Moll López.

Tercera parte.

Ejemplo:

1) Calcula el polinomio de Taylor de f(x) = ln (x) centrado en x = 1, hasta orden 3.
2) Calcula el error cometido al aproximar el valor de ln (1.2).

Primer ejercicio:

Definimos la función

```
In[ ]:= f[x_] = Log[x]
                 logaritmo
Out[ ]= Log[x]
```

Calculamos la primera derivada:

```
In[ ]:= f'[x]
```

Out[ ]= $\frac{1}{x}$

Calculamos la segunda derivada:

```
In[ ]:= f''[x]
```

Out[ ]= $-\frac{1}{x^2}$

Calculamos la tercera derivada:

```
In[ ]:= f'''[x]
```

Out[ ]= $\frac{2}{x^3}$

Tenemos que calcular el valor de cada una de las funciones en el punto x =1:

```
In[ ]:= f[1]
Out[ ]= 0

In[ ]:= f'[1]
Out[ ]= 1

In[ ]:= f''[1]
Out[ ]= -1

In[ ]:= f'''[1]
Out[ ]= 2
```

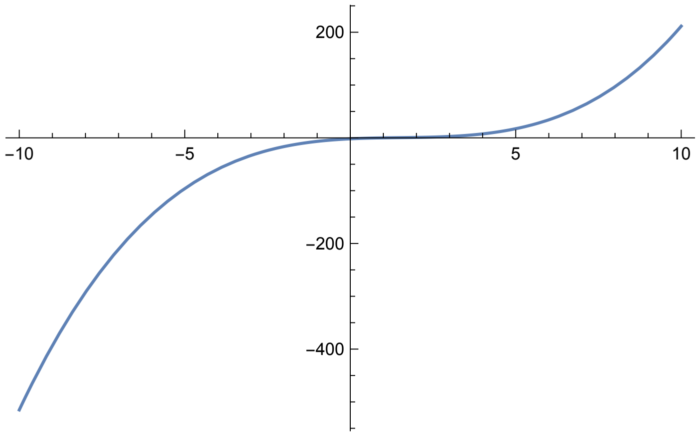
Por tanto el polinomio de Taylor de orden 3 queda:

In[∘]:= $g[x\_] = f[1] + f'[1]\ (x-1) + \frac{f''[1]}{2!}\ (x-1)^2 + \frac{f'''[1]}{3!}\ (x-1)^3$

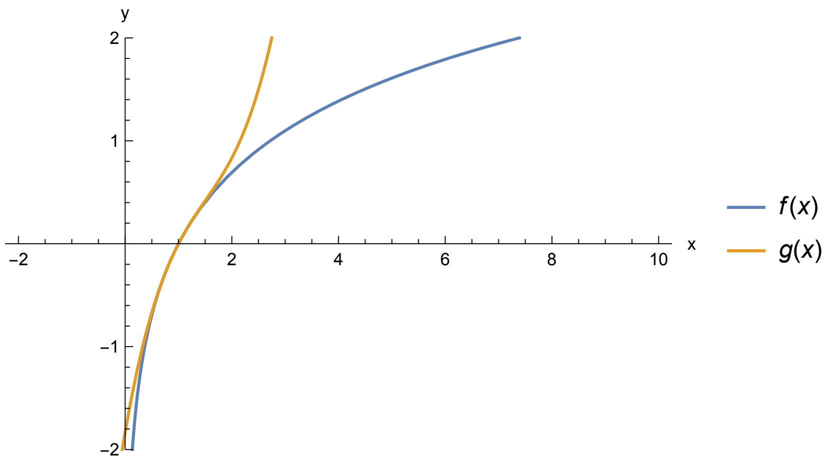
Out[∘]= $-1 - \frac{1}{2}\ (-1+x)^2 + \frac{1}{3}\ (-1+x)^3 + x$

Comprobación de representación:

In[∘]:= `Plot[g[x], {x, -10, 10}]`
representación gráfica

Out[∘]=


In[∘]:= `Plot[{f[x], g[x]}, {x, -2, 10}, AxesLabel → {"x", "y"},`
representación gráfica — etiqueta de ejes
`PlotRange → {-2, 2}, PlotLegends → "Expressions"]`
rango de representación — leyendas de representación

Out[∘]=


Segundo ejercicio:

Calculamos los valores de:

In[∘]:= `N[Log[1.2]]`
·· logaritmo

Out[∘]= `0.182322`

In[∘]:= `g[1.2]`

Out[∘]= `0.182667`

El error cometido:

In[ ]:=
```
Abs[Log[1.2] - g[1.2]]
```
val⋯ logaritmo

Out[ ]=
```
0.00034511
```